

昭和薬科大学

入学試験 B 方式【数学】

東進ハイスクール 山之内聖拓

大問 3 題 / 70 分

「各分野や単元の代表的な問題の認識と理解」

第 1 問 小問 6 題 (マークシート)

数学 I IIAB の全分野からバランスよく出題。

基本知識を運用可能レベルまで引き上げられているかが問われる。

第 2 問 設問 3 題 (マークシート)

数学 II 「微積分」、数学 B 「ベクトル」からの出題が目立つ。

知識や計算力に加えて、設問の状況を正しく読み取れるかが問われる。

第 3 問 設問 3 題 (答え+導き方)

数学 II 「微積分」、数学 B 「数列」からの出題が目立つ。

知識、計算力を前提としたうえで、設問の誘導、問題文の意味・意図を正しく理解できるか、

さらに答案を簡潔明瞭にまとめることができるかが問われる。高難度であることが多い。

問題 1 【Check Point】

(※問題文は一部編集しています。)

2023 年度 問題 1 (3) 対称式

$x + y + z = 4\sqrt{2} + \sqrt{3}$, $xyz = 6\sqrt{3}$, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3}$ を満たす実数 x, y, z に対して $x^2 + y^2 + z^2$ の値を求めよ。

3 元対称式 (x, y, z)

x, y, z で表された式のうちの 2 つの文字を入れ替えても式の値が変わらないもの。

$$\begin{cases} x + y + z \\ xy + yz + zx \\ xyz \end{cases} \quad \dots \text{基本対称式 (すべての対称式はこれらを用いて表せる)}$$

2022 年度 問題 1 (6) 確率

S,H,O,Y,A,K,U の 7 文字を 1 列に並べるとき、
Y と A が隣り合い、かつ S,H,O より右にある確率を求めよ。

○△よりも右/左にある確率はどう考える？

2021 年度 問題 1 (2) n 進法

$131023_{(4)} - 22403_{(5)}$ の値を 6 進法で表わせ。

n 進法で $abcde_{(n)}$ と表わされる数を 10 進法に直すには？

10 進法で $abcde$ と表わされる数を n 進法に直すには？

2020 年度 問題 1 (1) 剰余の問題

2019^{2019} を 20 で割った余りを求めよ。

$$a \equiv b \pmod{p} \text{ のとき } a^n \equiv b^n \pmod{p}$$

2019 年度 問題 1 (2) 絶対値の積分

$f(t) = \int_0^1 |x^2 - tx| dx$ ($0 \leq t \leq 1$) の最小値を求めよ。

被積分関数のグラフを描き、積分区間を分ける。

① $y = |x^2 - tx|$ のグラフは？ ② t の値により、積分区間 $0 \sim 1$ がどうなるか確認する。

2018年度 問題1 (2) 二項定理・多項定理

$(x+2y)^7$ の x^5y^2 の係数と、 $(x+2y+\frac{z}{2})^{10}$ の $x^5y^2z^3$ の係数を求めよ。

$$(x+y)^n \rightarrow {}_nC_px^p y^{n-p} \rightarrow \frac{n!}{p! q!} x^p y^q \quad (p+q=n)$$

$$(x+y+z)^n \rightarrow {}_nC_px^p \cdot {}_{n-p}C_q y^q \cdot z^{n-p-q} \rightarrow \frac{n!}{p! q! r!} x^p y^q z^r \quad (p+q+r=n)$$

2017年度 問題1 (5) 相加平均と相乗平均

$x > 0, y > 0$ とするとき、 $(x+4y)(\frac{9}{x} + \frac{1}{y})$ の最小値を求めよ。

$$a > 0, b > 0 \text{ のとき、} \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \quad (\text{ただし、等号成立は } a=b)$$

2016年度 問題1 (5) 常用対数の利用

$(\frac{1}{45})^{100}$ を小数で表わしたときはじめて0でない数が現れるのは第何位か答えよ。

実数 N が小数点以下第 n 位で初めて0でない数が現れるとき

第1位 $0.1 \leq N < 1$

第2位 $0.01 \leq N < 0.1$

第3位 $0.001 \leq N < 0.01$

⋮

第 n 位 $10^{-n} \leq N < 10^{-n+1}$

2015年度 問題1 (6) Σ 計算

$\sum_{k=1}^n k \cdot 3^k$ を計算せよ。

$S = \sum_{k=1}^n k \cdot 3^k$ とおき、 $3S$ との差をとると…

$$S = 1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3^3 + \dots + (n-1) \cdot 3^{n-1} + n \cdot 3^n \quad (\text{差をとる})$$

$$3S = 1 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + 3 \cdot 3^4 + \dots + (n-1) \cdot 3^n + n \cdot 3^{n+1}$$

$$-2S = 1 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^4 + \dots + 1 \cdot 3^n - n \cdot 3^{n+1}$$

$$= \frac{3(3^n - 1)}{3 - 1} - n \cdot 3^{n+1}$$

解答

| | | | | | | | |
|---------|---------------------------------------|---------|----------------|---------|------|---------|-----|
| 2023 年度 | 23 | 2022 年度 | $\frac{1}{14}$ | 2021 年度 | 1120 | 2020 年度 | 19 |
| 2019 年度 | $\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{2}}{6}$ | 2018 年度 | 42,350 | 2017 年度 | 25 | 2016 年度 | 166 |
| 2015 年度 | $\frac{3}{4}\{(2n-1) \cdot 3^n + 1\}$ | | | | | | |

問題 3 【Check Point】

2023 年度 問題 3 3つの曲線によってあらわされる領域

曲線 $C_1: y = -2x^2 + 4x$, $C_2: y = x^3 - x$, $C_3: x^2 + y^2 = 1$

- (1) 曲線 C_1, C_2 のすべての交点の x 座標を求めよ。
- (2) 曲線 C_2, C_3 の交点をすべて求めよ。
- (3) 以下の領域を $-1 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 2$ において図示せよ。

$$(2x^2 - 4x + y)(x^3 - x - y)(x^2 + y^2 - 1) \geq 0$$

2022 年度 問題 2 三次関数の接線の本数

曲線 $C: y = x^3 - 4x^2 + 4x$ に点 $P(k, 0)$ を通る接線を引き、曲線における接点の x 座標を t とする。

- (1) $t = 3$ のとき、 k の値を求めよ。
- (2) $k = 2$ のとき、 t の値を求めよ。
- (3) 接線が 1 本だけ引けるような k の値の範囲を求めよ。

2021 年度 問題 3 確率漸化式

中が見えない箱の中に 1 から 9 までの数字が書かれたボールがそれぞれ 1 個ずつ入っている。この中から 1 個のボールを取り出して、数字を記録して箱に戻すという操作を繰り返す。最初から n 回目までの数字の和が奇数になる確率を p_n とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) p_1 および p_2 を求めよ。
- (2) p_{n+1} を p_n で表わせ。
- (3) p_n を求めよ。

2020 年度 問題 3 群数列

- | | |
|----------------------------|----------|
| 図のように正の整数を順に並べる。 | 1 |
| (1) n 行目の左端の数を n で表わせ。 | 2 3 |
| (2) 31 行目の整数の総和を求めよ。 | 4 5 6 |
| (3) 2020 は何行目の左端から何番目にあるか。 | 7 8 9 10 |
| | 11 . . . |

2019 年度 問題 3 三角関数の値と方程式の解

$\sin \frac{11\pi}{10} = t$ とおく。

(1) $\cos \frac{\pi}{10}$ を t で表わせ。

(2) 任意の実数 θ に対して、 $\cos \theta = x$ とおくととき、 $\cos 5\theta$ を x の 5 次多項式で表わせ。

(3) t の値を求めよ。

2018 年度 問題 3 隣接三項間漸化式

漸化式 $a_{n+2} - 7a_{n+1} + 10a_n = 4 \cdot 3^n$ を考える。

(1) $a_n = c \cdot 3^n$ とおくととき、漸化式を満たす c を求めよ。

(2) (1) の c を用いて、 $b_n = a_n - c \cdot 3^n$ とおくととき、 b_n の漸化式を求めよ。

(3) $a_1 = 2, a_2 = 13$ とするとき、 a_n の漸化式を満たす数列の一般項 a_n を求めよ。

2017 年度 問題 3 三次関数の接線の本数

点 $A(2, a)$ から曲線 $C: y = x^3 - 4x$ に接線を引く。

(1) 曲線 C 上の点 $T(t, t^3 - 4t)$ における接線の方程式を求めよ。

(2) 点 A から曲線 C に引いた接線の接点が T のとき、 a を t で表わせ。

(3) 点 A から 3 本の接線が引けるときの a の値の範囲を求めよ。

2016 年度 問題 3 三次方程式の解

3 次方程式 $x^3 + (1-2a)x^2 + (b-2a)x + b = 0 \cdots \textcircled{1}$ を考える。ただし、 a, b は実数とする。

(1) すべての実数 a, b について、 $\textcircled{1}$ は a, b によらない実数解をもつ。その解を求めよ。

(2) $\textcircled{1}$ が実数の 3 重解を持つとき、 a, b の値を求めよ。

(3) $\textcircled{1}$ が 2 つの相異なる実数解を持つとき、 a, b が取りうる値を図示せよ。

解答

2023年度 $x = -1 \pm \sqrt{6}, 0$ $(-1, 0), (1, 0)$ 図略

2022年度 $k = \frac{18}{7}$ $t = 1, 2$ $0 < k < \frac{16}{9} k$

2021年度 $p_1 = \frac{5}{9}, p_2 = \frac{40}{81}, p_{n+1} = -\frac{1}{9}p_n + \frac{5}{9}, p_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{9}\right)^n$

2020年度 $\frac{n^2 - n + 2}{2}, 14911, 64$ 行目左から4番目

2019年度 $\sqrt{1-t^2}, 16x^5 - 20x^3 + 5x, t = \frac{1-\sqrt{5}}{4}$

2018年度 $c = -2, b_{n+2} - 7b_{n+1} + 10b_n = 0, a_n = 5^n + 3 \cdot 2^{n-1} - 2 \cdot 3^n$

2017年度 $y = (3t^2 - 4)x - 2t^3, a = -2t^3 + 6t^2 - 8, -8 < a < 0$

2016年度 $x = -1, a = -1, b = 1,$ 図略

