

令和 6 年度(2024 年度) B 方式入学試験問題

数

学

(3 問・70 分)

- 注 意 事 項
1. 答は別紙解答用紙に記入し、解答用紙のみ提出すること。
 2. 問題用紙と計算用紙は持ち帰ること。
 3. 計算には計算用紙と問題用紙の余白を使用すること。

解答上の注意

問題 1 と問題 2 については解答用紙の所定欄に解答をマークしなさい。

1. 問題の文の ア , イウ などには特に指示のない限り、数字(0～9)、または符号(－, ±)が入ります。
ア、イ、ウ、……の一つ一つには、これらのいずれか一つが対応します。

〔例〕 アイ に ±3 と答えたいとき

ア	⊖	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	⊖	⊕	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9

2. 分数形で解答する場合は、既約分数で答えること。符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

〔例〕 カキ
ク に $-\frac{3}{7}$ と答えたいときは $\frac{-3}{7}$ として

カ	●	⊕	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
キ	⊖	⊕	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9
ク	⊖	⊕	0	1	2	3	4	5	6	●	8	9

3. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

〔例〕 サ $\sqrt{\text{シ}}$, $\frac{\sqrt{\text{スセ}}}{\text{ソ}}$ に $6\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{11}}{3}$ と答えるところを $3\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{99}}{9}$ のように答えてはいけません。

問題 3 については解答用紙の所定欄に答と導き方を記入しなさい。

問題 1

- (1) x についての 2 次不等式 $6x^2 - (22a - 1)x + (2a - 1)(8a + 1) < 0$ を満たす整数 x が 31 個となるのは、整数 a が アイ のときである。

- (2) $x = -\sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$, $y = \frac{3}{4}x^3 - \frac{3}{4}x$ とする。 $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、 y の最大値は $\frac{\text{ウ} \sqrt{\text{エ}}}{\text{オ}}$ である。

- (3) 3 次方程式 $x^3 + 2x^2 + x - 2 = 0$ の解を α, β, γ とし、実数 k に対して $\alpha + k, \beta + k, \gamma + k$ を解とする 3 次方程式の 1 つを $x^3 - 4x^2 + px + q = 0$ とするとき、 $k = \text{カ}$, $p = \text{キ}$, $q = \text{クケ}$ である。

- (4) A 君は友人の家に傘を持って訪問する度に $\frac{1}{10}$ の確率で傘を忘れる。ある日、A 君が友人の家 n 軒を順に訪問した後帰宅した。 $n = 2$ の場合、2 軒目の家で傘を忘れた確率は $\frac{\text{コ}}{\text{サシス}}$ である。また、どこかの家で傘を忘れた確率が $\frac{1}{2}$ を超える最小の n は セ である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 3 = 0.477$ とする。

- (5) 正の整数 n に対して、整数 a_n, b_n を $(1 + \sqrt{3})^n = a_n + b_n \sqrt{3}$ によって定める。このとき、 a_{n+1} を a_n, b_n を用いて $a_{n+1} = pa_n + qb_n$ と表すと、 $p = \text{ソ}$, $q = \text{タ}$ である。 $c_n = (a_n)^2 - 3(b_n)^2$ とおくと、数列 $\{c_n\}$ の一般項は n を用いて $c_n = (\text{チツ})^n$ と表される。

- (6) 平面上の点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$ と任意の点 $P(\vec{p})$ に対し、ベクトル方程式 $(\vec{p} - \vec{a}) \cdot (2\vec{p} - \vec{b}) = 0$ で表される円の中心の位置ベクトルは $p\vec{a} + q\vec{b}$, 半径は $|r\vec{a} + s\vec{b}|$ である。このとき、 $p = \frac{\text{テ}}{\text{ト}}$, $q = \frac{\text{ナ}}{\text{ニ}}$, $r = \frac{\text{ヌ}}{\text{ネ}}$, $s = \frac{\text{ノハ}}{\text{ヒ}}$ である。ただし、 $\vec{b} \neq 2\vec{a}$ とする。

問題 2 2 つの曲線 $C_1: y = ax^2$ (a は正の実数) と $C_2: y = -(x - b)^2 + b$ (b は実数) を考える。

- (1) 2 つの曲線 C_1, C_2 が 2 つの相異なる交点 A, B をもつとき、 b の取り得る範囲は a を用いて

$$\text{フ} < b < \text{ヘ} + \frac{\text{ホ}}{a} \text{ と表される。}$$

- (2) $a = \frac{1}{3}$, $b = 2$ のとき、線分 AB の長さは $\sqrt{\text{マ}}$ である。

- (3) $a = 2$, $b = 1$ のとき、2 つの曲線 C_1, C_2 で囲まれた図形の面積は $\frac{\text{ミ}}{\text{ムメ}}$ である。

問題 3 1 辺の長さが 1 の正四面体 OABC の辺 BC 上に点 P がある。線分 BP の長さを x とする。

- (1) 線分 OP の長さを x を用いて表せ。
 (2) $\triangle OAP$ の面積を x を用いて表せ。
 (3) $\triangle OAP$ の面積の最小値と、そのときの x の値を求めよ。